

# Mathématiques

## **VISÉES PRIORITAIRES**

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

	<i>Espace</i>	<i>Nombres (Nombres et Opérations)</i>	<i>Opérations (Fonctions et Algèbre)</i>	<i>Grandeurs et mesures</i>	<i>Modélisation</i>	<i>Phénomènes naturels et techniques</i>	<i>Corps humain</i>	<i>Diversité du vivant</i>	
	31	32	33	34	35	36	37	38	Troisième cycle

35

**MSN 35 – Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques** (cf. rabat de gauche)

## MSN 32 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels...

1 ... en ordonnant des nombres réels

2 ... en comparant différentes écritures de nombre et systèmes de numération

3 ... en découvrant quelques nombres irrationnels ( $\pi$ , racine de 2,...)

## MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques

a ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

b ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

c ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

### Progression des apprentissages

9 <sup>e</sup> année	10 <sup>e</sup> année	11 <sup>e</sup> année
----------------------	-----------------------	-----------------------

### ÉLÉMENTS POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées, notamment : **1 4 5 6 7 A C D F a c d e f g h**

- tri et organisation des informations (*liste, tableau, schéma, croquis,...*)
- mise en œuvre d'une démarche de résolution
- ajustement d'essais successifs
- pose de conjectures, puis validation ou réfutation
- déduction d'une ou plusieurs informations nouvelles à partir de celles qui sont connues
- réduction temporaire de la complexité d'un problème
- utilisation des propriétés des nombres et des opérations pour établir des preuves
- traduction des données d'un problème en opérations arithmétiques, en respectant les conventions d'écriture
- choix de l'outil de calcul le mieux adapté à la situation et à ses propres compétences
- utilisation de la calculatrice dans des situations où l'aspect calculatoire est secondaire, pour vérifier le résultat d'un calcul ou pour effectuer des calculs complexes
- acceptation ou refus d'un résultat par l'estimation de l'ordre de grandeur, la connaissance des opérations ou la confrontation au réel
- vérification, puis communication d'une démarche et d'un résultat en utilisant un vocabulaire, une syntaxe ainsi que des symboles adéquats

Connaissance et utilisation de diverses fonctions de la calculatrice : quatre opérations de base, parenthèses, mise en mémoire et récupération de valeurs, puissance, racine, ... **f**

Prise en compte de l'ordre dans lequel la calculatrice effectue les opérations

Exploration de situations aléatoires **E**

Traitement de situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités

**Niv. 2 | 3 E**

**4** ... en mobilisant différentes écritures des nombres (fraction, écriture décimale, %, ...)

**5** ... en utilisant des propriétés des nombres réels

**6** ... en utilisant différentes procédures de calcul, y compris le calcul littéral

**7** ... en organisant les nombres réels à travers les opérations

**A B C** ... voir MSN 35 rabat de gauche

**d** ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

**e** ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

**f** ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

**g** ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

**h** ... en modélisant une situation de proportionnalité

**i** ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique, ...)

**Attentes fondamentales**

**Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...**

- ...résout des problèmes numériques en faisant appel à une ou plusieurs des composantes suivantes :
  - choix et mise en relation des données nécessaires à la résolution
  - choix des opérations
  - utilisation d'outils de calcul appropriés
  - estimation et vérification de la pertinence du résultat
  - communication de la démarche et du résultat, en utilisant un vocabulaire adéquat
- ...traduit un problème numérique en une écriture mathématique appropriée
- ...utilise les fonctions de base de la calculatrice (+, -, ·, :, racine, puissance, mémorisation, ...) et met en lien le résultat obtenu avec le résultat attendu

- ...explore un ensemble de possibilités et organise un dénombrement
- ...conduit un raisonnement probabiliste simple en dénombrant les cas favorables et les cas possibles (cartes, dés, pièces de monnaie, ...) **Niv. 3**

**Indications pédagogiques**

**Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles**

*Concernant la résolution de problèmes, cf. Remarques spécifiques sous Commentaires généraux MSN*

*La résolution de problèmes ainsi décrite est destinée à s'appliquer aux Progressions d'apprentissage des champs :*

- **Nombres**
- **Calcul**

*Le choix des opérations appropriées pour résoudre un problème est une difficulté pour certains élèves, notamment à cause des différentes significations que revêtent les opérations (Multiplication et Division), ainsi que la nature des nombres en jeu (par exemple, nombres compris entre 0 et 1 pour la multiplication et la division, ...)*

*Proposer des problèmes variés devrait permettre la construction de représentations correctes des différents types de situations à résoudre*

---

*L'approche des probabilités doit se faire à partir d'expérimentations*

*La confrontation entre le résultat d'une expérimentation et celui issu d'un calcul de probabilité peut poser problème aux élèves (la probabilité de 1/6 d'obtenir 6 dans un lancer de dés est rarement confirmée exactement par une série de lancers)*

## MSN 32 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels...

1 ... en ordonnant des nombres réels

2 ... en comparant différentes écritures de nombre et systèmes de numération

3 ... en découvrant quelques nombres irrationnels ( $\pi$ , racine de 2,...)

## MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques

a ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

b ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

c ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

### Progression des apprentissages

9 <sup>e</sup> année	10 <sup>e</sup> année	11 <sup>e</sup> année
<b>Nombres</b>		
Reconnaissance et utilisation de propriétés des nombres naturels: <b>5</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>critères de divisibilité, multiples et diviseurs communs</li> <li>ppmc, pgdc, nombres premiers, produit de facteurs <b>Niv. 2   3</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ppmc, pgdc, nombres premiers, produit de facteurs <b>Niv. 1</b></li> </ul>	
Connaissance et utilisation de différentes écritures d'un même nombre <b>2</b>		
Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme: <b>1 5 c</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>entière dans <math>\mathbb{Z}</math></li> <li>décimale dans <math>\mathbb{Q}</math></li> <li>fractionnaire (y compris simplification et amplification), de pourcentage               <ul style="list-style-type: none"> <li>- dans <math>\mathbb{Q}^+</math> <b>Niv. 1   2</b></li> <li>- dans <math>\mathbb{Q}</math> <b>Niv. 3</b></li> </ul> </li> <li>de puissance <math>a^b</math> (a sous forme décimale, b dans <math>\mathbb{N}</math>)               <ul style="list-style-type: none"> <li>- a dans <math>\mathbb{Q}^+</math> <b>Niv. 1   2</b></li> <li>- a dans <math>\mathbb{Q}</math> <b>Niv. 3</b></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dans <math>\mathbb{Q}</math> <b>Niv. 1   2</b></li> <li>- a dans <math>\mathbb{Q}</math> <b>Niv. 2</b></li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>de la notation scientifique: <math>a \cdot 10^n</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>- n dans <math>\mathbb{N}</math> <b>Niv. 1s</b></li> <li>- n dans <math>\mathbb{Z}</math> <b>Niv. 2   3</b></li> </ul> </li> <li>de racine carrée et cubique dans <math>\mathbb{R}^+</math></li> </ul>	
Discernement des ensembles de nombres, découverte de quelques nombres irrationnels <b>3</b>		
Exploration de quelques systèmes de numération ( <i>Rome, Égypte, Babylone, binaire,...</i> ) <b>2 b</b>		

**4** ... en mobilisant différentes écritures des nombres (fraction, écriture décimale, %, ...)

**5** ... en utilisant des propriétés des nombres réels

**6** ... en utilisant différentes procédures de calcul, y compris le calcul littéral

**7** ... en organisant les nombres réels à travers les opérations

**A B C** ... voir MSN 35 rabat de gauche

**d** ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

**e** ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

**f** ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

**g** ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

**h** ... en modélisant une situation de proportionnalité

**i** ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique, ...)

**Attentes fondamentales**

**Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...**

...utilise les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10, 25, 100

...détermine le ppmc et le pgdc de deux nombres :  
- 10 et 15; 12 et 20; ...  
- 56 et 84; 45 et 75; ... **Niv. 2 | 3**

...décompose un nombre inférieur à 1'000 en produit de facteurs premiers

complète une suite de nombres et exprime sa loi de formation :  
- suites arithmétiques, suite des carrés, suites des puissances de 2, de 10, ...  
- suites géométriques dans  $\mathbb{N}$ , suite des cubes, ...

**Niv. 3**

...reconnaît, utilise différentes écritures d'un même nombre et passe de l'une à l'autre :  
- décimale, fractionnaire, pourcentage, puissance, racine  
- notation scientifique

$$\frac{2}{5} = 0,4 = \frac{40}{100}; 1,25 = \frac{5}{4}; 0,3 = \frac{3}{10} = 30\%; 6^3 = 216;$$

$$10'000 = 10^4; \sqrt{49} = 7; \dots$$

$$\frac{4}{3} = 1,33\dots; 0,375 = \frac{3}{8}; \frac{3}{20} = 0,15; -\frac{5}{4} = -1,25; 1,6^2 = 2,56;$$

$$5 \text{ millions} = 5 \cdot 10^6; \sqrt{10000} = 100; \dots \text{ **Niv. 2 | 3**}$$

$$0,2222\dots = \frac{2}{9}; 7 \cdot 10^{-3} = 0,007; \sqrt{0,16} = 0,4;$$

$$\sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10}; \dots \text{ **Niv. 3**}$$

...extrait le nombre entier :  
- de milliers, de centaines, de dizaines et d'unités d'un nombre positif  
- de dixièmes, de centièmes et de millièmes d'un nombre positif **Niv. 2 | 3**

...amplifie, simplifie, rend irréductible une fraction et la représente géométriquement

...compare, ordonne, encadre, intercale :  
- des nombres entiers relatifs  
- des nombres écrits sous forme décimale ou fractionnaire dans  $\mathbb{Q}^+$  **Niv. 1**, dans  $\mathbb{Q}$  **Niv. 2 | 3**

**Indications pédagogiques**

**Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles**

*Ppmc, pgdc :*  
*Le choix de la méthode de recherche appartient aux élèves*

*Les relatifs :*  
*L'ordre dans les nombres relatifs peut poser problème.*  
*Dire : « -7600 est plus petit que -4 » peut sembler absurde à un élève. Dans ce contexte, il doit comprendre ceci comme « -7600 vient avant -4 ». Travailler donc l'ordre des nombres relatifs en relation avec leur emplacement sur la droite numérique*

*Les fractions :*  
*On utilise une écriture unique (l'écriture fractionnaire) pour exprimer des notions et des concepts différents (fraction-nombre, opérateur, division, rapport, ...). Ceci constitue une difficulté pour les élèves. Une fraction supérieure à 1 peut constituer un obstacle notamment lors de sa représentation géométrique. En effet, l'élève considère souvent le dénominateur comme le nombre de parts découpées et non comme l'expression de la taille de ces parts. Ainsi, il ne saurait concevoir qu'il y ait plus de parts que celles découpées dans l'unité de référence*

*Notation scientifique :*  
*On profitera de la notation scientifique pour parler des ordres de grandeur, de l'infiniment grand et de l'infiniment petit*

**Liens** *MSN 36 – Phénomènes naturels et techniques et MSN 38 – Diversité du vivant*

# MSN 32 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels...

1 ... en ordonnant des nombres réels

2 ... en comparant différentes écritures de nombre et systèmes de numération

3 ... en découvrant quelques nombres irrationnels (pi, racine de 2,...)

## MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques

a ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

b ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

c ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

### Progression des apprentissages

9 <sup>e</sup> année	10 <sup>e</sup> année	11 <sup>e</sup> année
----------------------	-----------------------	-----------------------

#### Calculs

Connaissance et utilisation des priorités des opérations (y compris parenthèses)

Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations: **7 c e**

– addition, soustraction, multiplication, division

– puissances (a, b, m et n dans  $\mathbb{N}$ ):

**Niv. 2 | 3**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

– racines carrées (cubiques), y compris extraction d'entiers (a et b dans  $\mathbb{N}$ ): **Niv. 3**

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a \cdot \sqrt{b}$$

Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des: **7 e**

– nombres rationnels positifs sous forme décimale (+, -, ·, :)

– nombres rationnels sous forme décimale (+, -, ·, :): **Niv. 2 | 3**

– nombres entiers relatifs de -100 à + 100 (+) **Niv. 1**

– nombres entiers relatifs de -100 à + 100 (+, -, ·, :): **Niv. 1**

– nombres entiers relatifs de -100 à + 100 (+, -, ·, :): **Niv. 2 | 3**

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -) **Niv. 2**

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -, ·, :): **Niv. 2**

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -) **Niv. 3**

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -, ·, :): **Niv. 3**

– des carrés parfaits pour en extraire la racine

Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des: **7 e**

– nombres rationnels positifs, sous forme décimale, inférieurs à 10'000, ayant au plus deux décimales (+, -, ·, :)

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -) **Niv. 1 | 2**

– nombres rationnels sous forme fractionnaire (+, -, ·, :): **Niv. 1 | 2**

– nombres rationnels positifs sous forme fractionnaire (+, -) **Niv. 3**

– nombres rationnels sous forme fractionnaire (+, -, ·, :): **Niv. 3**

**4** ... en mobilisant différentes écritures des nombres (fraction, écriture décimale, %, ...)

**5** ... en utilisant des propriétés des nombres réels

**6** ... en utilisant différentes procédures de calcul, y compris le calcul littéral

**7** ... en organisant les nombres réels à travers les opérations

**A B C** ... voir MSN 35 rabat de gauche

**d** ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

**e** ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

**f** ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

**g** ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

**h** ... en modélisant une situation de proportionnalité

**i** ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique, ...)

**Attentes fondamentales**

**Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...**

...effectue des calculs en respectant les priorités des opérations :

$$3 + 5 \cdot 4 = 23 ; 2 \cdot 3^2 = 18 ; 36 : (12 : 3) = 9 \dots$$

...utilise des procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental pour effectuer un calcul de manière efficace, par exemple :

- addition et soustraction :

$$32 + 80 ; 1450 - 600 ; 50 - 12,8 \dots$$

$$10 - 23 ; -12 - 5 ; \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots \text{Niv. 2 | 3}$$

- multiplication et division :

$$6 \cdot 1,5 ; 0,12 \cdot 10 ; 15 \cdot 8 ; 140 : 5 ; 1,8 : 3 ; 250 : 1'000 ;$$

25% de 60 ...

$$6 \cdot (-1,5) ; \frac{1}{5} \cdot 4 ; 144 : 9 ; -32 : (-4) ; \text{les deux tiers de } 24 \dots$$

**Niv. 2 | 3**

- puissance et racine :

$$0,3^2 ; 25 ; \sqrt{81} \dots$$

$$40^3 ; (-2)^5 ; \sqrt{8100} ; \sqrt[9]{4} ; 10^{-3} ; (\frac{1}{2})^3 \dots \text{Niv. 2 | 3}$$

...utilise un algorithme pour effectuer un calcul avec des nombres écrits sous forme décimale ou fractionnaire, par exemple :

- addition et soustraction :

$$487,7 + 90,15 ; 1250 - 546,8 ; 0,5 + \frac{2}{3} ; \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \dots$$

$$1 - \frac{7}{3} ; \frac{11}{12} + \frac{3}{8} ; \dots \text{Niv. 2 | 3}$$

- multiplication, division et puissance :

$$5,25 : 0,42 ; \frac{2}{5} : 4 ; 103 \cdot \frac{4}{25} \dots \text{Niv. 2 | 3}$$

**Indications pédagogiques**

**Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles**

*La décomposition additive, soustractive et multiplicative de nombres fait partie des procédures de calcul réfléchi (25 · 28 peut se faire 25 · 20 + 25 · 8 ou 25 · 4 · 7 ou 25 · 30 - 25 · 2)*

*Il faudrait s'efforcer d'invalider de nombreux théorèmes-élève :*

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{ac} \quad \text{X}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \quad \text{X}$$

$$\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c} \quad \text{X}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b \quad \text{X}$$

$$10^m \cdot 10^n = 10^{m \cdot n} \quad \text{X}$$

$$10^{-n} = -10^n \quad \text{X} \dots$$

*Mettre en évidence par des activités les différentes significations des signes + et - :*

- ils peuvent représenter le signe d'un nombre

- ils peuvent représenter des signes opératoires (addition, soustraction)

- le signe moins peut également représenter l'opposé d'un nombre : -(-5) = +5

*Une confusion peut apparaître entre les règles des signes de l'addition et de la multiplication des relatifs après l'enseignement de cette dernière opération*